

EL PROCESO DE CALIBRACIÓN DE LOS MODELOS DE CALIDAD DE AGUA EN REDES DE SUMINISTRO. EL ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

P. Amparo López Jiménez¹, F. Javier Martínez Solano¹, Gonzalo López Patiño¹, Joaquín Izquierdo Sebastián¹.

Resumen – El análisis de sensibilidad en el contexto de la calibración de modelos matemáticos, consiste en la determinación de los parámetros más influyentes en la modelación de las variables objetivo del modelo, para actuar sobre los mismos a la hora de calibrar, de “poner a tono” el mismo. Tradicionalmente la bibliografía presenta el análisis de sensibilidad como una acción cualitativa que sirve para comenzar la calibración, pero en este artículo se presenta un tratamiento cualitativo del mismo mediante el establecimiento del efecto relativo de cada uno de los parámetros del análisis en el modelo específico de calidad del agua en las redes de abastecimiento.

Así pues, el presente artículo propone una metodología para realizar un análisis de sensibilidad cuantitativo y, mediante una simulación de un caso sintético con el programa EPANET, muestra de forma práctica el papel que el mismo juega en la calibración del modelo de calidad y las capacidades de este análisis y los resultados concretos del mismo sobre la concentración de cloro en una línea e instante concreto sobre el ejemplo desarrollado.

Abstract –. Sensitivity analysis, considered inside the validation process, consists on determining the value of parameters in order than solutions fit some reference measurements. Traditionally it has been considered as a qualitative action, used in the very beginning of calibration process. Nevertheless, in this article, we present a quantitative treatment of sensitivity analysis by stabilising the relative effect of each parameter affecting the quality model for water distribution systems.

Therefore, we depict the methodology used in a practical sensitivity analysis implemented on a laboratory EPANET case. We can observe on it, the role played by the sensitivity analysis and the results over the chlorine concentration in the developed case.

Palabras clave: Modelos matemáticos de calidad del agua en redes, análisis de sensibilidad, calibración.

Keywords: Quality models for distributions systems, sensitivity analysis, validation.

¹ Universidad Politécnica de Valencia – Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente – Grupo Multidisciplinar de Modelación de Fluidos – Camino de Vera S/N – CP E46022 – Valencia (España) – Tel: (+34) 96 3879890 – Fax: (+34) 96 3877981 E-mail: palopez@gmmf.upv.es, jmsolano@gmmf.upv.es, glpatin@gmmf.upv.es, jizquier@gmmf.upv.es

EL PROCESO DE CALIBRACIÓN DEL MODELO DE LA RED DE SUMINISTRO DE AGUA. EL PROBLEMA DEL MODELO DE CALIDAD.

La calibración es el proceso por el cual se determinan los valores de una serie de parámetros característicos del sistema para que los resultados del modelo se ajusten a unos datos que se consideran como de referencia en este ajuste (López et al, 2005). La elección y determinación del rango de estos valores es de gran importancia, puesto que precisamente son los que van a caracterizar el comportamiento del sistema (Walski et al, 2001). Si la calibración es importante en todos los procesos de modelación, lo es más en los modelos de redes de abastecimiento ya que los aspectos con los que tratan son de vital importancia para el desarrollo humano e incluso para la salud pública.

En este sentido, el objeto del presente trabajo es investigar sobre la calibración del modelo de calidad de la red de abastecimiento. Se pretende encontrar el valor de los citados parámetros que representan la simulación de la calidad de la red. Para representar de forma práctica este caso, va a ser utilizado el modelo EPANET, por lo que la cinética de calidad que se utilizará en este documento será la que implementa el citado programa.

La estrategia de calibración de modelos matemáticos de redes de abastecimiento de agua.

En el caso del modelo de la red de abastecimiento, nos encontramos con que las ecuaciones matemáticas que deben representar los procesos que se desea conocer son de dos naturalezas, y no se encuentran desligadas. Por un lado se encuentran las ecuaciones que van a proporcionar como resultado presiones y caudales en un determinado punto y en todos los de la red en cualquier instante de tiempo (en caso de que se trate de un modelo dinámico).

Estas ecuaciones componen lo que llamamos el módulo hidrodinámico y son el objetivo principal en la actualidad de los modelos de redes. Por otro lado nos vamos a encontrar con los modelos de calidad, en los que se pretende actuar sobre los parámetros referidos principalmente a la desinfección y que afectan a las concentraciones de cloro y sus derivados.

El objeto de este documento es el análisis del problema de la calibración referida a los aspectos del modelo de calidad del agua, pero este aspecto no es ajeno a la calibración previa del modelo hidrodinámico de la red: en tanto que primero no se encuentre perfectamente caracterizado y calibrado, no podemos abordar una calibración del modelo de calidad, puesto que los intentos de ajustar los niveles de concentración de cloro (o de los parámetros que hayamos escogido en su caso como representativos de la calidad) serán válidos si previamente no se han fijado los caudales y presiones mediante un proceso de contrastación y ajuste previo. En el caso de ejemplo sintético que en este documento se presenta, se considera que esto es así. En un caso real, hay que considerar con detalle esta fase previa de la calibración en presiones y caudales, para abordar la calibración del módulo de calidad (Gutiérrez (2003).

La modelación de la calidad de agua mediante el programa EPANET.

El modelo EPANET representa la calidad del agua analizando la concentración de ciertos compuestos de interés que se definan en la misma. El componente por excelencia que

representa el nivel de desinfección en esta agua es el cloro, para el cual el modelo tiene la cinética que se detalla a continuación (Iglesias et al, 2004).

En este trabajo, el interés se centra en la modelación, por tanto, de la concentración de cloro a lo largo del tiempo en el seno de las conducciones. El modelo EPANET representa estas concentraciones en base a dos aspectos fundamentalmente: la reacción en el seno del fluido, y la reacción en la pared de la tubería, caracterizados ambos por su velocidad de reacción.

Reacciones en el seno de las conducciones.

Las reacciones en el seno del agua ocurren en el cuerpo principal de la corriente en una tubería o en un tanque de almacenamiento, sin afectarle ningún proceso relacionado con la pared de la tubería. EPANET modela las reacciones que ocurren en el seno del agua con ecuaciones cinéticas polinómicas, donde la velocidad de reacción (R en masa/volumen/tiempo) es una función de la concentración tal que:

$$R = K_b C^n$$

Aquí K_b = coeficiente de velocidad de reacción en el seno, C = concentración reactiva (masa/volumen), y n = orden de reacción. K_b tiene unidades de concentración elevadas a $(1-n)$ dividida por el tiempo. Es positivo cuando la sustancia aumenta y negativo en caso contrario.

$$R = K_b (C_L - C)^n \cdot C^{n-1}$$

donde C_L = concentración límite. (Para las reacciones de desaparición el término $(C_L - C)$ se sustituye por $(C - C_L)$).

Así pues existen tres parámetros (K_b , C_L , y n) que se utilizan para caracterizar la velocidad de reacción en el seno del agua. Pueden seleccionarse valores típicos para estos parámetros que introducen algunos modelos cinéticos bien conocidos. Estos incluyen:

- Disminución de Primer Orden ($C_L = 0$, $K_b < 0$, $n = 1$) . $R = K_b C^n$

La desaparición de muchísimas sustancias, tales como el cloro, pueden ser modeladas adecuadamente con una ecuación de primer orden. El valor K_b depende mucho de la naturaleza del agua que se modela y puede variar desde por debajo de -0.01/día hasta por encima de -1.0/día. Esta es la cinética que va a ser utilizada en el ejemplo que se presenta en el epígrafe a continuación.

- Crecimiento de Saturación de Primer Orden ($C_L > 0$, $K_b > 0$, $n = 1$) $R = K_b (C_L - C)$

Éste modelo se puede aplicar a la desinfección por subproductos, tales como los trihalometanos, donde la última producción de subproductos (C_L) está limitada por la cantidad del reactivo precursor presente.

- Dos-Componentes. Disminución de Segundo Orden ($K_b > 0$, $C_L > 0$, $n = 1$)
 $R = K_b C(C_L - C)$

Éste modelo supone que la sustancia A reacciona con la sustancia B según una relación desconocida dando lugar al producto P. La velocidad de desaparición de A es proporcional al producto A y B que queda. C_L puede ser tanto positivo como negativo, dependiendo de qué componente A o B se encuentra en exceso, respectivamente. Éste modelo introduce algunas mejoras a los datos de desaparición del cloro que no han podido ser explicados con el modelo de disminución de primer orden

- Cinética de Michaelis-Menton ($K_b \rightarrow 0$, $C_L > 0$, $n < 1$) $R = \frac{K_b C}{(C_L - C)}$

Como un caso especial, cuando una reacción negativa de orden n es especificada, EPANET utilizará la ecuación de velocidad de Michaelis-Menton, mostrada anteriormente para la reacción de desaparición. (Para la reacción de crecimiento el denominador pasa a ser $C_L + C$.)

Reacción en la pared de la tubería.

Además de las reacciones en el seno del flujo, EPANET puede modelar lo que ocurre con el material en o cerca de la pared. La velocidad de ésta reacción puede considerarse que depende de la concentración en el seno del agua utilizando una expresión de la forma:

$$R = \frac{A}{V} K_w C^n$$

donde K_w = coeficiente de reacción en la pared y (A/V) = superficie de área por unidad de volumen dentro de la tubería

En este caso, vamos a realizar un análisis de sensibilidad sobre la concentración de cloro en un modelo en que va a ser estudiada una variación en el orden de representación de la reacción de calidad en la pared y en el flujo, en forma de los coeficientes de flujo y de interacción con la pared, previamente presentados en el modelo.

EL ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD EN EL PROCESO DE CALIBRACIÓN DEL MODELO DE CALIDAD DE LA RED.

En este trabajo se pretende demostrar que el valor calculado mediante el modelo matemático para la concentración de cloro (que ha sido considerado como el indicativo de la calidad del agua en la red) no es igual de sensible a la variación de los aspectos que le afectan y que han sido considerados en el epígrafe anterior. La determinación de la afección de cada uno de estos parámetros sobre la calidad en la red y la importancia relativa de cada uno de ellos es lo que denominamos análisis de sensibilidad a continuación se describe el papel que el mismo juega en el proceso de calibración.

El análisis de sensibilidad.

Incluso antes de entrar de lleno en la modelación, se debería realizar, si se puede, un análisis del comportamiento del modelo frente a los diversos parámetros que define para observar cual de ellos es más influyente y proyectar en él nuestros esfuerzos. Una manera de hacer esto es mediante el análisis de sensibilidad, del que hay varios tipos (Figura 1).

El objeto del análisis de sensibilidad es la determinación de los parámetros que en mayor medida afectan a los valores de las variables de salida y el error que pueden introducir en los resultados finales (Chapra, 2003). Es importante realizar este análisis desde el primer momento en que sea posible puesto que permitirá conocer sobre qué parámetros es necesario enfocar un esfuerzo mayor para su estimación.

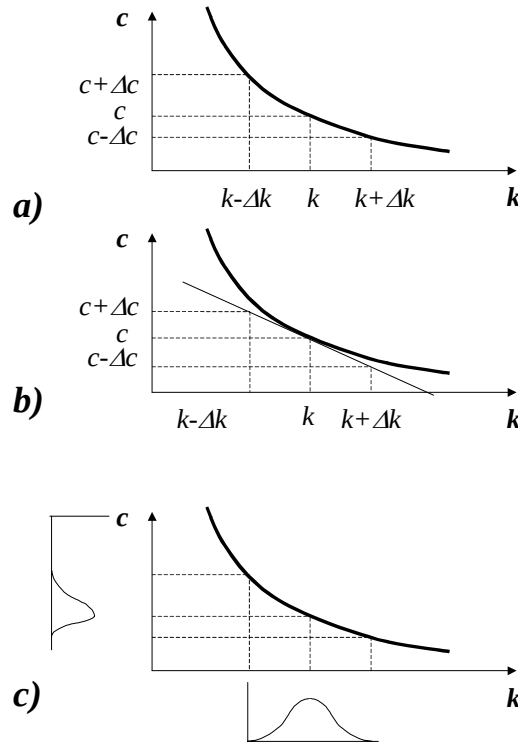


Figura 1. Descripción gráfica de los métodos de análisis de sensibilidad: a) Perturbación; b) Primer orden; c) Monte Carlo

Perturbación de un parámetro. Este método consiste en variar cada uno de los parámetros que definen las ecuaciones (aumentarlo o disminuirlo en un porcentaje definido) mientras los demás se mantienen constantes. Las variaciones correspondientes en las otras variables de salida reflejan la sensibilidad de la solución a este parámetro, observando los incrementos relativos que en la solución se producen y parametrizando cual de ellos es más influyente. Si c es la función objetivo y queremos saber cuán sensible es la misma a la variación del parámetro k esta variación se expresa de la forma:

$$\Delta c = \frac{c(k + \Delta k) - c(k - \Delta k)}{2}$$

En estos casos puede ser aconsejable relativizar la variación que supone en el medio receptor la perturbación de la magnitud de salida con respecto a la de entrada. Una manera de mostrar esa relación es el llamado efecto relativo, ligado a este análisis de sensibilidad de perturbación de un parámetro y que será descrito en posteriores secciones de esta memoria.

Análisis de sensibilidad de primer orden. Esta aproximación usa la derivada de la función con respecto al parámetro en cuestión para determinar la influencia del mismo

$$\Delta c = \frac{c(k + \Delta k) - c(k - \Delta k)}{2} = \frac{\partial c(k)}{\partial k} \Delta k$$

El signo de la derivada refleja una variación positiva o negativa de la predicción.

Análisis de Monte Carlo. Consiste en generar una serie del parámetro a estudiar siguiendo una distribución que representa la probabilidad de ocurrencia. Esta ocurrencia afectará a los resultados del modelo de una forma determinada que representa el grado de cambio de los resultados con el grado de cambio del parámetro en estudio. De esta manera podemos conocer cual es el parámetro que cambiando con la misma distribución que los demás, afecta más al resultado.

El efecto relativo.

Esta es la forma de tratar matemáticamente para la función objetivo (la concentración de cloro a lo largo del tiempo de la modelación) el análisis de sensibilidad de primer orden.

Con el conocimiento de la afección que tienen los parámetros de entrada en los de salida, para un determinado incremento de valores de entrada, podremos conocer cuál es el efecto relativo que tiene dicha variación en cada una de las variables de salida (López, 2001).

El conocimiento del efecto relativo es consecuencia de un análisis de sensibilidad de primer orden. Supóngase que se está evaluando una función cualquiera $f(k)$, (por ejemplo la concentración de cloro), y se está considerando la influencia que sobre ella tiene el valor k de un determinado parámetro (por ejemplo el coeficiente de difusión en las líneas).

Se trata de conocer el efecto relativo que tiene una variación del valor k del parámetro en la función, de manera que se relaciona los valores de $C(k+\Delta k)$ y $C(k-\Delta k)$, con el valor centrado de la función $C(k)$, observando así la variación porcentual de la función que se ha experimentado como consecuencia de esta variación relativa del valor k .

El efecto relativo del valor k del parámetro sobre $f(k)$ se representa en la Figura 2, y se expresa mediante la expresión :

$$ER = \frac{\frac{f(k+\Delta k) - f(k-\Delta k)}{2f(k)}}{\frac{\Delta k}{k}} \quad (1)$$

Este valor tiene un sentido real pleno si las funciones que se estudian han observado variación temporal pequeña, el intervalo de tiempo es corto, o el régimen es casi permanente.

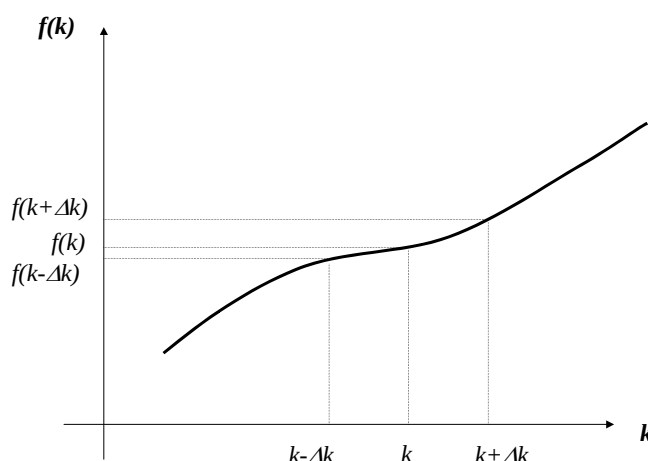
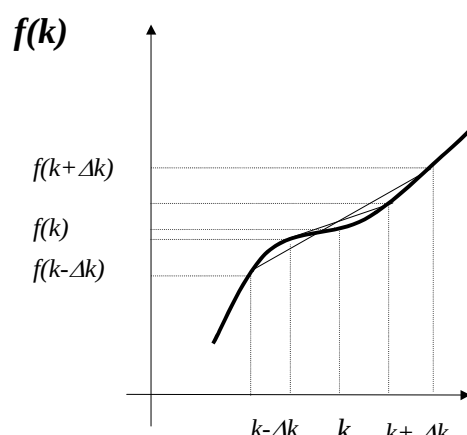


Figura 2. Elementos para definición del efecto relativo

El efecto relativo, por tanto, muestra, de forma promediada, cómo varía la función objetivo cuando el parámetro considerado varía con un cierto incremento, todo ello dividido por los valores de la función y del incremento para relativizarlo y convertirlo en un parámetro adimensional (Mac Berthouex y Brown, 1994).

De esta manera podremos ver que esta variación puede depender de la amplitud de la perturbación que hayamos tomado, e informa de cómo es la dependencia de la función con la variable, que solo será constante si la dependencia es lineal, y no lo será si es de otra manera. Si el valor del efecto relativo depende del incremento considerado en la variable, significará que el comportamiento de la evolución es no lineal, como se observa en la Figura 3.



*Figura 3. El efecto relativo es diferente según sea el incremento de la variable.
Comportamiento no lineal.*

Así, se pueden cruzar todos los parámetros de salida con todos los parámetros de entrada para un cierto valor del incremento y observar el efecto relativo sobre los parámetros de salida que tiene la variación de los parámetros de entrada, tanto internos como externos, en cada línea o en el conjunto de las mismas. En ella, y para observar el efecto relativo, no se hace diferencia en la naturaleza de los parámetros de entrada.

En el caso que nos ocupa, hay que considerar la posible variación de los parámetros que afectan a la concentración de cloro y observar la variación ésta experimenta en cada caso, observando el comportamiento lineal o no de las mismas. Para ilustrarlo se presenta el siguiente ejemplo, desarrollado de forma sintética para analizar la sensibilidad de la modelación de concentración de cloro al variar algunos parámetros que le afectan, y la linealidad del efecto relativo en cada caso.

EJEMPLO PRÁCTICO.

Para ilustrar el análisis de sensibilidad, se utiliza el modelo EPANET (Iglesias et al, 2004). Se propone un ejemplo no real, en el que, dadas unas condiciones de presión y consumo, y habiendo calibrado las características hidrodinámicas de la instalación, se modela la calidad en cada una de sus líneas en un período de 24 h.

En este caso, para analizar el aspecto de sensibilidad del modelo, nos hemos basado en la modelación de la calidad a lo largo del período de simulación en la línea final de la red (Figura 4).

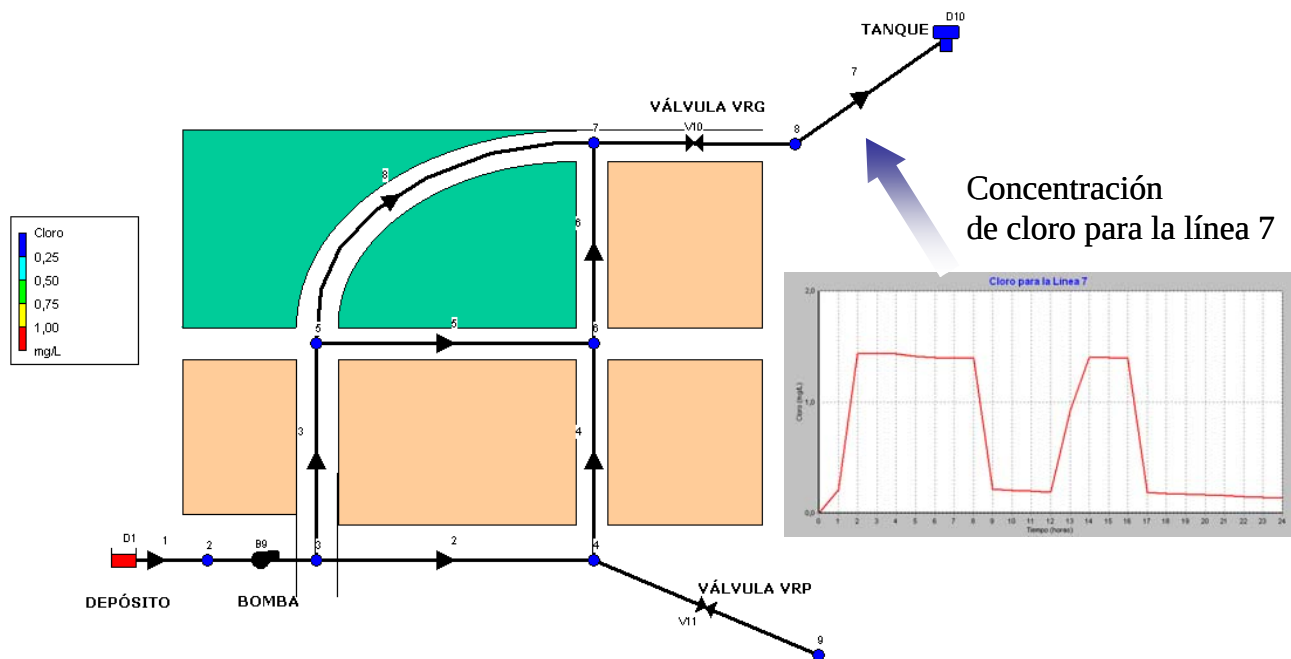


Figura 4. Ejemplo para análisis de sensibilidad con EPANET sobre la concentración de cloro.

Así, pues, se pretende analizar el efecto relativo que tiene la variación de algunos parámetros sobre esta concentración de cloro a lo largo de un período de simulación.

Se ha realizado un gran número de simulaciones para analizar la sensibilidad de la modelación de la concentración de cloro en la línea 7 presentada en la Figura 4, con la variación de los principales parámetros que la representan.

En primer lugar, se ha realizado un análisis de la influencia que tiene la consideración del orden de la reacción sobre la concentración de cloro. La bibliografía (Manual de EPANET...) indica que lo más indicado es representar la reacción para el cloro con una cinética de primer orden.

En este caso, si se considera una cinética de orden cero, la variación relativa sobre la concentración a lo largo del tiempo ha proporcionado en algunos instantes, decrementos mayores del 70% sobre el valor por defecto presentado, lo cual indica que la concentración de cloro es muy sensible a esta primera consideración. En la modelación que sigue, se considera una cinética de primer orden, pero se quiere dejar constancia de la influencia que tiene esta consideración sobre la precisión de los resultados.

A continuación se analiza el efecto relativo que tiene una variación del 50% en los parámetros que afectan a las reacciones de primer orden que se han considerado: Coeficientes de velocidad de flujo y coeficientes de reacción en pared: K_b y K_w . La Figura 5 muestra un resumen de los resultados obtenidos de este análisis de sensibilidad.

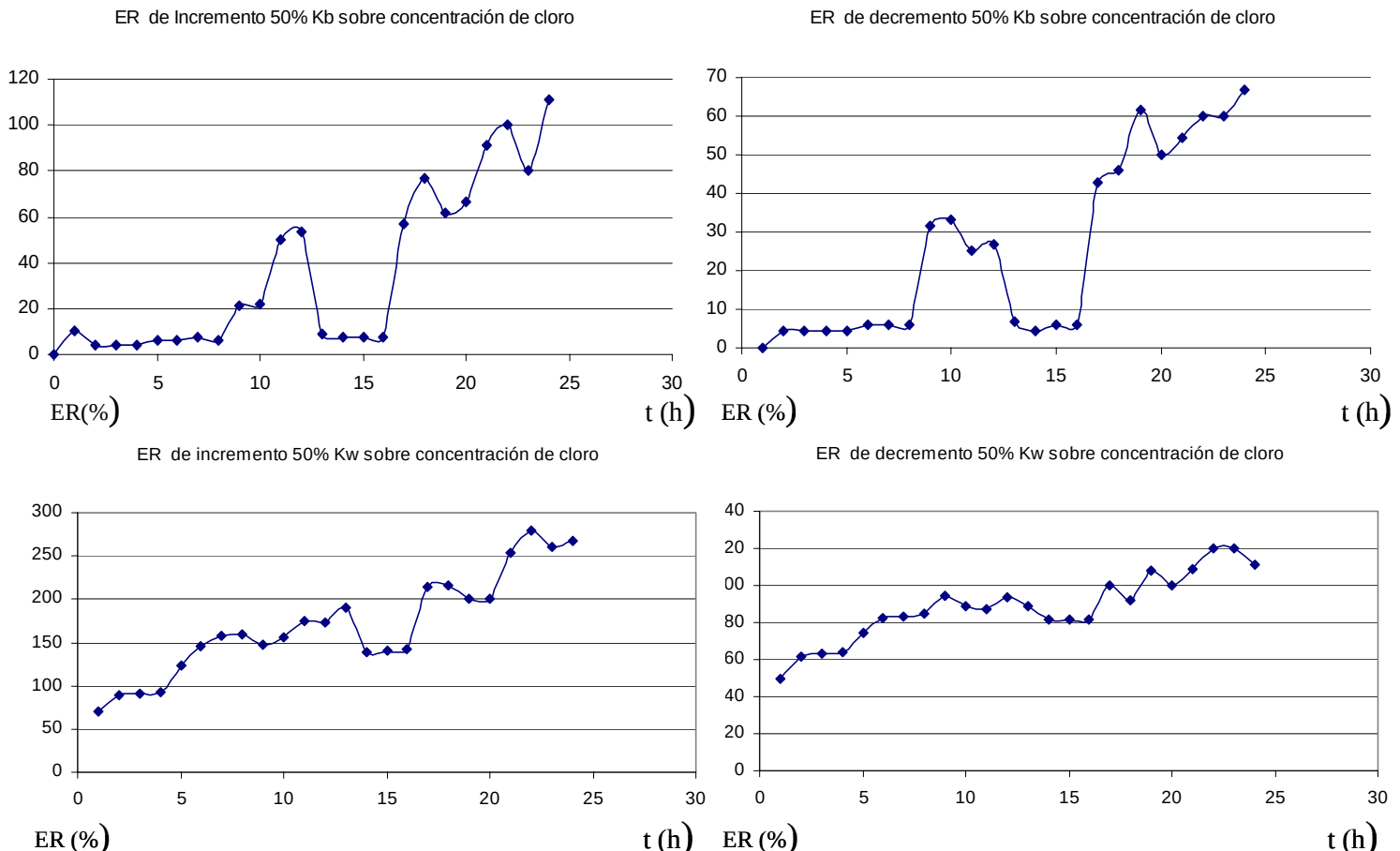


Figura 5. Efecto relativo sobre la concentración de cloro en la línea 7 de la variación de parámetros de velocidad de reacción en un 50%.

Del análisis de la Figura 5 se desprende que, en este caso, el parámetro que ha dado efectos relativos más influyentes es el incremento del coeficiente de reacción de la pared al final de la simulación. Los valores de concentraciones se vieron muy aumentados en este caso. Estos son dos parámetros a los que la concentración de cloro es extraordinariamente sensible, pero especialmente al comportamiento en las proximidades de la pared.

Hay que destacar que el signo del efecto relativo indica la reacción que tiene el modelo sobre el incremento o decremento de la magnitud analizada en relación a la misma. Cuando este es positivo es porque la concentración modelada se revela con un comportamiento igual que el parámetro que se varía: un incremento en el parámetro implica un incremento en la concentración modelada. Y cuando es negativo, el comportamiento es el opuesto: un incremento en el parámetro supone un decremento en la concentración. En este caso, en todas las simulaciones, la variación de la concentración ha sido en el mismo sentido que la variación del parámetro que se ha analizado.

Otro aspecto que ha sido enunciado en la descripción del análisis de sensibilidad en base al efecto relativo previamente expuesta, es la linealidad que tiene el comportamiento del modelo frente a la variación de los diferentes parámetros de entrada. Ello va a depender de cada simulación, pero en este caso concreto estamos en disposición de observar cuán lineal es este comportamiento a estos dos parámetros (K_b y K_w) escogidos como más representativos.

Se considera en esta línea, la concentración de cloro a las 10 h para establecer la linealidad de la variación en la modelación matemática del mismo con la variación del efecto relativo de los parámetros analizados en el conjunto del sistema. Así pues, se ha realizado una modelación de la concentración de cloro en este instante y posición, cambiando los valores de los parámetros de los que se desea realizar el análisis de sensibilidad para observar la linealidad del efecto relativo (Figuras 6 y 7).

ER sobre concentración de cloro en línea 7 a las 10 h

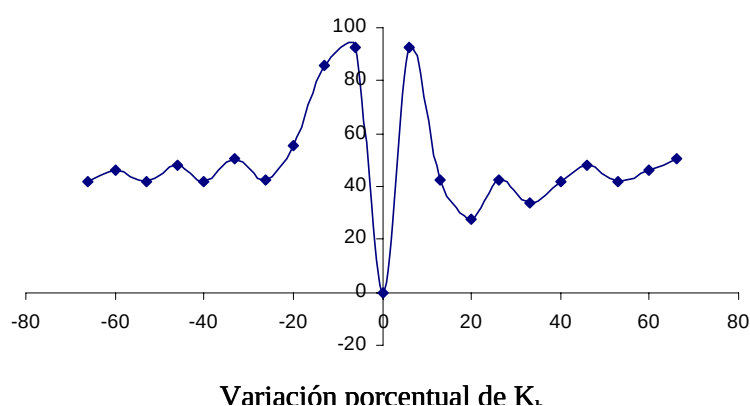


Figura 6. Efecto Relativo de la variación porcentual del coeficiente de reacción en el seno del flujo para la modelación de cloro en línea 7 a las 10h.

ER sobre concentración de cloro en línea 7 a las 10 h

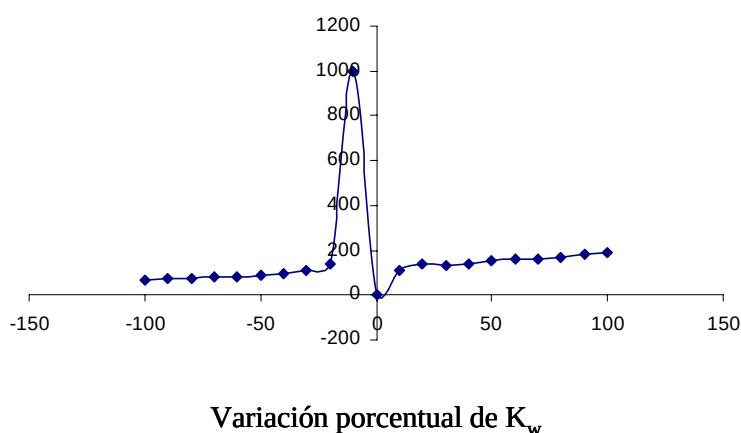


Figura 7. Efecto Relativo de la variación porcentual del coeficiente de reacción en la pared para la modelación de cloro en línea 7 a las 10h.

El resultado es el que se muestra en las citadas Figuras. La Figura 6 analiza la variación del coeficiente de flujo en la modelación, y la Figura 7 representa la variación del efecto relativo cuando se considera en este instante la variación del coeficiente de reacción en pared.

Del estudio de ambas puede observarse la tendencia de comportamiento del efecto relativo (ER) frente a la variación de los valores de los coeficientes que nos ocupan. Esta tendencia presenta una no linealidad manifiesta. Sin embargo, realizando un análisis numérico más profundo de esta no linealidad, puede observarse que el crecimiento del ER en valores porcentuales de variación de los coeficientes muy pequeños es debido a que el denominador de la expresión (1) se hace muy pequeño. Esto se observa en ambas simulaciones. Fuera de esta región, la tendencia tiende a linearizarse tanto en valores positivos como en negativos para la variación porcentual de los parámetros de entrada.

De otro lado, se pone de manifiesto que el comportamiento no es completamente simétrico: iguales aumentos o disminuciones porcentuales de los parámetros no proporcionan iguales efectos relativos sobre la concentración de cloro. Hay una tendencia linealmente creciente, (como se pone de manifiesto en la Figura 7), con el crecimiento del coeficiente de reacción en la pared, el cual, por otra parte, se propone como el más influyente en la sensibilidad de la concentración de cloro.

En cualquier caso, se pone de manifiesto que el efecto relativo de la variación de estos dos parámetros sobre la concentración de cloro es grande, y que hay que trabajar con valores de variación porcentual no demasiado pequeños para que los resultados del análisis de sensibilidad no se vean falseados por una dispersión numérica de los mismos.

A la hora de realizar una calibración del modelo de calidad de agua, considerando la concentración de cloro como variable a estudiar, deben ser estimados con sumo cuidado estos dos parámetros que afectan a la reacción, por la influencia que su variación tiene, como se ha mostrado en este ejemplo concreto.

CONCLUSIONES

En este documento se presenta la importancia del análisis de sensibilidad a la hora de realizar la calibración de un modelo de calidad del agua y la forma de cuantificar esta sensibilidad.

Se han presentado los tipos de análisis de sensibilidad aplicables a este tipo de modelos, y la cuantificación de la misma que es el efecto relativo.

Mediante un ejemplo práctico, utilizando el programa EPANET, se aplica el cálculo del efecto relativo que sobre la concentración de cloro en una simulación dinámica en una línea concreta, tiene la variación de los dos coeficientes principales que regulan la velocidad de reacción. De esta manera se cuantifica cuán sensible es esta concentración a la variación de los mismos. Además, se analiza la linealidad del efecto relativo con la modelación, considerando variaciones porcentuales de los parámetros sobre el valor de los mismos por defecto.

En este sentido, la modelación de este caso concreto se ha mostrado muy sensible a la variación de ambos coeficientes, pero especialmente a la estimación del coeficiente de reacción en la pared de la conducción, con un comportamiento relativamente lineal para la variación del mismo, excepto en el entorno de variaciones porcentuales muy pequeñas en que la relación presenta una gran no linealidad.

El análisis de sensibilidad debe realizarse siempre como una fase inicial de la calibración, para determinar cuales son los parámetros más influyentes en las concentraciones que se desean calibrar. En este artículo se ha presentado una forma (novedosa y con poca presencia en la bibliografía) de cuantificar esta sensibilidad, que propone este análisis previo como una estimación cualitativa de los parámetros más influyentes en los objetivos de salida de la modelación, y no solo de forma cualitativa como se realiza en la mayoría de los casos prácticos. Al haber sido aplicada sobre un ejemplo sintético da resultados muy precisos. En un caso real, esto supone que el modelo hidráulico de presiones y caudales ha sido correctamente calibrado en una fase anterior. Esto constituye un prerequisite importante que no siempre es cierto, y que afectará grandemente a la precisión de la aplicación de la metodología propuesta en casos reales. Sin embargo, la utilidad del análisis aquí descrito, siempre que presiones y caudales hayan sido previamente calibrados, queda manifestada en el presente documento.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chapra, S.C. (1997). *Surface Water Quality Modelling*. Mc Graw-Hill.

Gutiérrez Araujo, J.C. (2003). “*Modelización matemática de la calidad del agua en la red de distribución de la ciudad de Alicante. Desarrollo de herramientas para la calibración del modelo hidráulico*”. Tesina de Master en Gestión Eficiente del Agua. Universidad Politécnica de Valencia.

Iglesias, P.; López, P.A.; López, G.; Martínez, J. Editores (2004). *EPANET, 2.0 vE. Manual del usuario*. GMMF. Universidad Politécnica de Valencia.

López Jiménez, P.A. (2001). “*Metodología para la calibración de modelos matemáticos de dispersión de contaminantes incluyendo regímenes no permanente*”. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Valencia.

López, P.A.; Martínez, F.J. López, G.; Iglesias, P.L. (2005) *Calibración de los modelos de redes de abastecimiento. Una estrategia de gestión*. Revista Tecnología del Agua. Num.262. Julio 2005. Pp 50-57.

Mac Berthouex, P. y Brown, L. (1994). *Statistics for Environmental Engineers*. Lewis Publishers. U.S.A.

Walski, T.; Chase, D.; Savic, D. (2001) “*Modelación de redes de distribución de agua*”. Haestad Methods.